

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20201021004

饱和-非饱和土一维大变形固结模型*

周亚东^{1,2}, 姜龙飞², 郭帅杰³, 杨伟超², 武志杰²

(1. 同济大学土木工程学院, 上海 200092; 2. 天津城建大学天津市软土特性与工程环境重点实验室, 天津 300384;
3. 中国铁路设计集团有限公司, 天津 300251)

摘要: 基于分段线性差分法, 建立了一种饱和-非饱和土一维非线性大变形固结模型 UCS2。该模型可考虑土体初始饱和度随深度变化, 可分析不同地下水位深度的土体大变形固结问题, 并编制了 Fortran 计算程序。采用现有数值解对该模型进行了验证, UCS2 模型分别在饱和与非饱和情况下与现有数值解吻合。开展了大变形算例分析, 对比了固结前后孔隙比、饱和度、孔隙水压的变化规律, 探讨了地下水位深度及非饱和参数对土体固结沉降的影响。

关键词: 饱和-非饱和土; 非线性; 大变形固结; 饱和度; 地下水位

中图分类号: TU318 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2022)03-0553-08

A One-Dimensional Large Strain Consolidation Model for Saturated-Unsaturated Soil

ZHOU Yadong^{1,2}, JIANG Lonfei², GUO Shuaijie³, YANG Weichao², WU Zhijie²

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Soft Soils and Engineering Environment of Tianjin Province, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China; 3. China Railway Design Corporation, Tianjin 300251, China)

Abstract: Based on the piece-linear finite difference approach, a one-dimensional nonlinear large strain consolidation model for saturated-unsaturated soils, called UCS2, is developed. The model considers the variation of soil initial saturation degree with depth and can solve large strain consolidation problems of soil at different groundwater tables. Fortran programming package is utilized to implement the computation of the model. The existing numerical solutions are used to verify the proposed model, and the model shows good agreement with the existing solutions in saturated and unsaturated cases, respectively. Then an example analysis of large strain consolidation was carried out using the UCS2 model, which compared the variations of void ratio, saturation degree, and pore water pressure at different consolidation stages, and investigated the effect of the groundwater table depth and unsaturated parameters on soil consolidation settlement.

Keywords: saturated-unsaturated soil; nonlinear; large strain consolidation; degree of saturation; groundwater table

* 收稿日期: 2020-10-29; 修回日期: 2021-01-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(51608351)、天津市自然科学基金项目(18JCYBJC22600)、天津市科技计划项目(21YDTPJC00030)资助

作者简介: 周亚东(1985—), 男, 副教授, 博士。主要从事软基处理方面的研究工作。E-mail: zyd476300@126.com

引言

荷载作用下土体固结沉降是实际工程广泛存在的问题。在固结理论和数值计算方面,研究者针对饱和土^[1-4]和非饱和土^[5-8]地基分别开展了大量研究,通常假设地基完全饱和或完全非饱和。实际工程中,地基土体常处于部分饱和状态,即地下水位以下土体呈现为饱和状态,水位以上土体为非饱和。在固结计算中,充分考虑地基土体饱和状态更符合实际情况。

基于此,J.Noorishad等^[9]以压力水头 h 为变量将Biot固结理论推广到饱和-非饱和土固结理论,以水-土质量守恒方程为基础推导出水流在饱和-非饱和和多孔弹性介质中的控制方程,简化了数值法分析渗流问题。J.M. Kim^[10-11]在此基础上用有限元方法研究了渗透系数随孔隙率变化的饱和-非饱和和多孔弹性介质的变形特性,分析了土体非饱和部分对于整个饱和-非饱和土层的固结沉降、地下水位波动及竖向应变的影响。张校通^[12]综合考虑土体弹性模量随深度变化的非均质性及土体饱和-非饱和情况。Y. Cheng等^[13]将土的空间变异性随机场模拟与流变形耦合数值模拟相结合,研究了空间随机非饱和土的固结问题,以饱和-非饱和土柱为例分析了杨氏模量、饱和渗透系数和非饱和水力参数的空间变异性对超孔隙水压力消散和沉降的影响。

上述计算方法通常基于小变形假设,对于高压缩性土体可能产生误差。R.N.Yong等^[14]、P.J.Fox

等^[3]、Y.D.Zhou等^[15-16]采用分段线性差分法,分别建立了饱和土大变形固结模型,有效考虑了土体加荷固结过程中土性参数的非线性变化。周亚东等^[17]基于分段线性差分法,建立了非饱和一维大变形固结模型UCS1,该模型仅适用于初始饱和度不变的完全非饱和土层。本文拟对UCS1模型进一步扩展,以地下水位为分界线,建立饱和-非饱和土一维大变形固结模型UCS2,充分考虑固结过程中土性参数非线性变化,为饱和-非饱和地基大变形固结提供计算手段。

1 固结模型

1.1 模型建立

UCS2模型的几何图形如图1(a)所示。土层初始厚度为 H_0 ,地下水位距土层底面高为 H_w 。将土层自上而下均匀划分为 n 个单元,每个单元初始厚度 $L_0 = H_0/n$ 。采用欧拉坐标系,以土层底面为基准面,向上为正,单元 j 中心点高程为 $z_{0,j}$,初始荷载为 q_0 。假设地下水位以上为非饱和区,以下为饱和区,土层初始孔隙水压力可表示为^[18]:

$$u_{w0,j} = \gamma_w(H_w - z_{0,j}) \quad (1)$$

式中, γ_w 为水的重度。

$t=0$ 时刻,施加竖向荷载 Δq ,假设土颗粒和水不可压缩,孔隙气体的压缩服从波义尔定律,土层仅发生竖向变形。各单元厚度随孔隙气体瞬时压缩和土体消散固结发生改变,某时刻 t ,土层高度为 H_t ,单元厚度变化为 L_j^t ,如图1(b)所示。

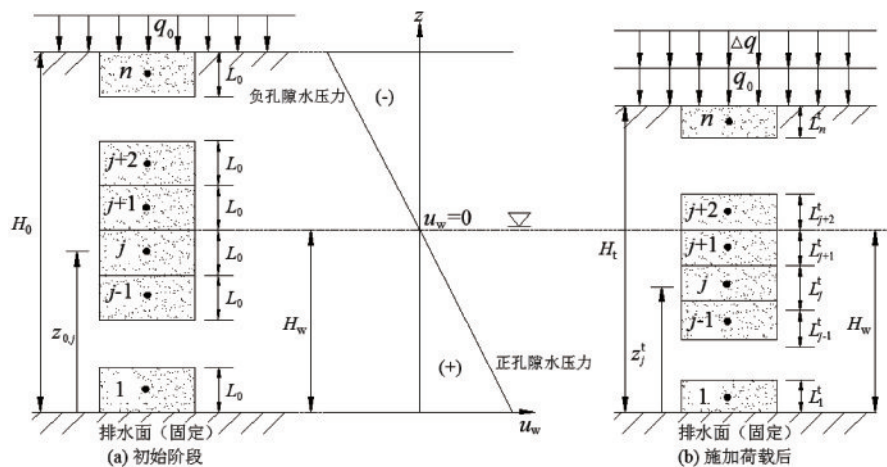


图1 模型几何图形

Fig.1 Model geometry

1.2 非线性关系

UCS2 模型土性参数非线性关系参照模型 UCS1^[17], 如图 2 所示, 包括土体压缩性、水(或气)渗透性和土水特征曲线。图中非线性关系可采用试验数据点或理论公式表示。土体压缩性采用对数:

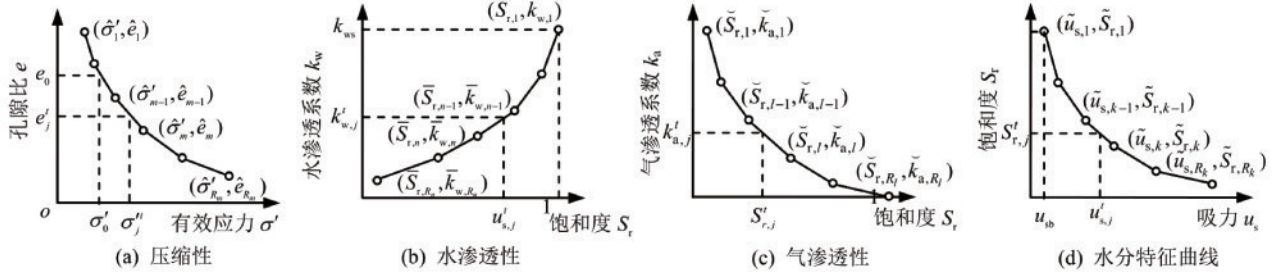


图2 土性非线性关系

Fig.2 Nonlinear soil properties

公式给出了典型土水特征曲线 VG 模型^[20]:

$$u_s = \frac{(S_e^{1/m} - 1)^{1/n}}{\alpha} \quad (5)$$

式中, S_e 为有效饱和度, 可以表示为 $S_e = (S_r - S_{res}) / (1 - S_{res})$, S_{res} 为残余饱和度; α, n, m 为拟合参数, 其中 $m = 1 - 1/n$ 。

1.3 瞬时压缩变形

考虑非饱和土层孔隙气体的瞬时压缩, 即 Δq 施加瞬时, 荷载增量由土骨架、孔隙水、孔隙气体共同承担, 土体变形由单元孔隙气体体积压缩产生。计算过程中, 单元 j 孔隙比随孔隙比增量 Δe_j 迭代, 有效应力、饱和度、基质吸力、孔隙气压力、孔隙水压力、单元厚度依次更新为:

$$\sigma'_{1,j} = \hat{\sigma}'_{m-1} + \frac{\hat{\sigma}'_m - \hat{\sigma}'_{m-1}}{\hat{e}_m - \hat{e}_{m-1}} (\hat{e}_{m-1} - e_{1,j}) \quad (6)$$

$$S_{r1,j} = \frac{S_{r0,j} e_{0,j}}{e_{1,j}} \quad (7)$$

$$u_{s1,j} = \tilde{u}_{s,k-1} + \frac{\tilde{u}_{s,k} - \tilde{u}_{s,k-1}}{\tilde{S}_{r,k} - \tilde{S}_{r,k-1}} (\tilde{S}_{r,k-1} - S_{r1,j}) \quad (8)$$

$$u_{a1,j} = \frac{(u_{a0,j} + p_a) e_{0,j} (1 - S_{r0,j})}{e_{1,j} (1 - S_{r1,j})} - p_a \quad (9)$$

$$u_{w1,j} = u_{a1,j} - u_{s1,j} \quad (10)$$

$$L_{1,j} = \frac{(1 + e_{1,j}) L_{0,j}}{(1 + e_{0,j})} \quad (11)$$

式中, 下标 1 用于区分消散固结阶段对应物理量; p_a

$$\Delta e / \Delta \log \sigma' = C_c \quad (2)$$

孔隙气、水渗透系数采用 Averjanov 模型^[19]:

$$k_w = k_{ws} S_e^b \quad (3)$$

$$k_a = k_d (1 - S_e^b) \quad (4)$$

式中, k_{ws} 为饱和状态下土体的孔隙水渗透系数; k_d 为干燥状态下土体空气气渗透系数。

为大气压力。

压密平衡后, 各变量重新满足毕肖普非饱和土有效应力原理, 孔隙比迭代终止。压密平衡后, 土层厚度和表面沉降量分别表示为:

$$H_1 = \sum_{j=1}^n L_{1,j} \quad (12)$$

$$S_1 = H_0 - H_1 \quad (13)$$

1.4 消散固结

消散固结阶段, 孔隙水、气在单元间渗透至边界排出土层, 单元 j 中心节点的总应力为上部荷载和土层自重之和:

$$\sigma'_j = q_0 + \Delta q' + \frac{L_j \gamma'_j}{2} + \sum_{i=1}^{j-1} L_i \gamma'_i \quad (14)$$

式中, γ_j 为单元 j 的重度:

$$\gamma'_j = \frac{G_s + S'_j e'_j}{1 + e'_j} \gamma_w \quad (15)$$

式中, e'_j 为单元 j 在 t 时刻的孔隙比。

t 时刻时单元 j 和单元 $j-1$ 之间的(气)单位渗流速率、等效渗透系数、水力(气)梯度可表示为:

$$v'_{x,j} = k'_{x,j} i'_{x,j} \quad (16)$$

$$k'_{x,j} = \frac{k'_{x,j-1} k'_{x,j} (L'_j + L'_{j-1})}{L'_j k'_{x,j-1} + L'_{j-1} k'_{x,j}} \quad (17)$$

$$i'_{x,j} = \frac{h'_{x,j} - h'_{x,j-1}}{z'_j - z'_{j-1}} \quad (18)$$

式中, 下标 x 代表 w (水) 或者 a (气); $h'_{x,j}$ 为 t 时刻单元 j 的水头 $h'_{w,j}$ 或气渗透系数 $h'_{a,j}$, 分别表示为:

$$h_{w,j}^t = \frac{u_{w,j}^t}{\gamma_w} + z_j^t \quad (19)$$

$$h_{a,j}^t = \frac{u_{a,j}^t}{\rho_a g} \quad (20)$$

式中,空气密度 $\rho_a=1.29 \text{ kg/m}^3$;重力加速 $g=9.81 \text{ m/s}^2$ 。

考虑孔隙气压力消散,气体体积膨胀,则非饱和单元 j 孔隙气体更新为:

$$A_{a,j}^{t+\Delta t} = \frac{(u_{a,j}^t + p_a)A_{a,j}^t}{u_{a,j}^{t+\Delta t} + p_a} - (v_{a,j+1}^t - v_{a,j}^t)\Delta t \quad (21)$$

式中, $A_{a,j}^t$ 为时间步 Δt 前单元孔隙气体体积。

单元 j 厚度、孔隙比及饱和度分别更新为:

$$L_j^{t+\Delta t} = L_j^t - (v_{w,j+1}^t - v_{w,j}^t)\Delta t - (A_{a,j}^t - A_{a,j}^{t+\Delta t}) \quad (22)$$

$$e_j^{t+\Delta t} = \frac{L_j^t(1 + e_{1,j}^t)}{L_{1,j}^{t+\Delta t}} - 1 \quad (23)$$

$$S_{r,j}^{t+\Delta t} = 1 - \frac{A_{a,j}^{t+\Delta t}(1 + e_j^{t+\Delta t})}{L_j^{t+\Delta t}e_j^{t+\Delta t}} \quad (24)$$

土层厚度,表面总沉降及消散固结阶段固结度分别为:

$$H^t = \sum_{j=1}^n L_j^t \quad (25)$$

$$S^t = H_0 - H^t \quad (26)$$

$$U^t = \frac{S^t - S_1}{S_f - S_1} \quad (27)$$

式中, S_f 为土体最终沉降量。

UCS2模型边界条件见表1。

表1 模型边界条件

Table 1 Boundary conditions of the model

位置	排水(气)边界	不排水(气)边界
顶面	$i_{w,n+1}^t = \frac{2(h_{w,t} - h_{w,n}^t)}{L_n^t}$	$i_{w,n+1}^t = 0$
	$i_{a,n+1}^t = \frac{2(h_{a,t} - h_{a,n}^t)}{L_n^t}$	$i_{a,n+1}^t = 0$
底面	$i_{w,1}^t = \frac{h_{w,1}^t - h_{w,b}}{z_1^t}$	$i_{w,1}^t = 0$

注: $h_{w,t}, h_{w,b}$ 分别为土层顶、底面水头; $h_{a,t}$ 为顶面气压力头(以标准大气压为参照)

1.5 计算流程

模型UCS2采用Fortran语言编写计算程序,程序开始运行时首先输入计算所需参数:土层厚度 H_0 、竖向荷载 q_0 和 Δq 、单元数 n 、初始地下水位 H_w 、土颗粒相对密度 G_s 、孔隙比初始值 e_0 、有效应力初始值 σ_0' 、

初始孔隙气压 $u_{a0,j}$ 、残余饱和度 S_{res} 、水容重 γ_w 、空气密度 ρ_a 、压缩性、水(气)渗透性曲线的数据点以及水份特征曲线非线性公式、边界条件及程序终止条件。单元数目根据计算精度以及计算时间进行决定,UCS2读取输入数据之后,首先计算 j 单元的初始高度 L_0 、初始标高 $z_{0,j}$ 、初始孔隙比 $e_{0,j}$ 、初始有效应力 $\sigma_{0,j}'$ 、初始孔隙水压 $u_{w0,j}, e_{0,j}, S_{r0,j}$ 可以随着土层深度非线性变化。施加 Δq 后,程序首先判断单元状态,若单元为非饱和,则程序子回路开始工作进行加荷压密阶段计算,土体变形由单元孔隙气体体积压缩产生且气体压缩服从波义尔定律,各非饱和单元属性($\sigma_j', S_{r,j}, u_{s,j}^t, u_{a,j}^t, u_{w,j}^t$)随孔隙比增量 Δe 不断更新直至满足Bishop有效应力平衡条件,压密平衡后计算土层厚度 H_1 和表面沉降量 S_1 ,更新后的单元属性($e_j', S_{r,j}, L_j'$)将输入主回路,土层进行消散固结阶段计算,每个单元属性随时间步 Δt 不断更新,当固结时间为 $t \geq t_f$,或沉降时间增量为 $\Delta S \leq \varphi$ 时,计算终止,其中 t_f 和 φ 分别为用户指定的运行时间和足够小的沉降值。当 $\Delta S \leq \varphi$ 时,表明各单元固结已达到渗流平衡并结束,然后计算最终地表总沉降 S' 和土层厚度 H' 以及消散固结阶段平均固结度 U' 。

2 模型验证

为验证模型UCS2,将该模型的计算结果与饱和土CS2模型^[3]和非饱和土UCS1模型^[17]的解答进行对比。设土体初始高度 $H_0=10 \text{ m}$,初始孔隙比 $e_0=1.5$,土粒相对密度 $G_s=2.7$,初始荷载 $q_0=20 \text{ kPa}$,荷载增量 $\Delta q=100 \text{ kPa}$,压缩指数 $C_c=0.7$ 。非饱和参数假定残余饱和度 $S_{res}=15\%$,土水特征曲线采用式(5)VG模型,拟合参数 $\alpha=0.14, n=1.27$,孔隙气、水渗透系数采用式(3)和(4),取 $k_{ws}=2 \times 10^{-8} \text{ m/s}, k_d=1 \times 10^{-7} \text{ m/s}$,拟合参数 $b=3.5$ 。设边界条件为:底面封闭,顶面排水、排气,取100个计算单元。

图3给出了三种模型消散固结阶段土体竖向应变随时间的变化曲线,图4为平均固结度 U_{avg} 分别为30%、60%、90%时超静孔隙水压力随土体深度的分布,如图所示,当初始水位 $H_w=10 \text{ m}$ 时,UCS2与CS2模型数值解吻合,最终竖向应变达到13.50%。当初始水位 $H_w=0 \text{ m}$ 时,假设土体饱和度不随深度变化,取 $S_{r0}=80\%$,UCS2与UCS1模型数值解吻合。

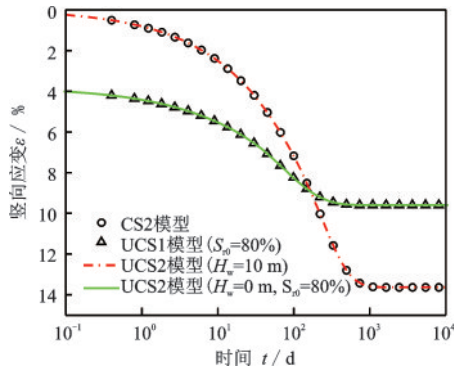


图3 土体固结过程中竖向应变随时间变化曲线

Fig. 3 Time history curves of vertical strain during soil consolidation

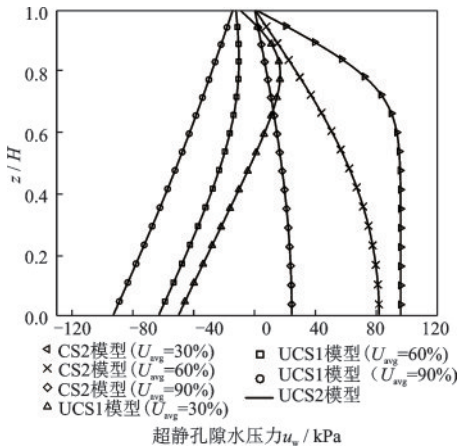


图4 不同固结度超静孔隙水压力分布情况对比

Fig. 4 Comparison of excess pore water pressure distribution with different consolidation degrees

3 算例分析

通过算例对饱和-非饱和土层的大变形固结问题及性状进行研究。土层参数与模型验证部分一致,考虑不同地下水位深度,设地下水位 $H_w=10、7、5、3、0$ m。

3.1 孔隙比、饱和度、孔隙水压力的时空分布

图5~7分别给出了地下水位为5 m,加荷压密前后以及消散固结完成时,土体孔隙比、饱和度和孔隙水压力沿土层深度的分布。如图5所示,由于考虑土体自重,初始孔隙比 e_0 随土层深度自上而下由1.18减小至0.89。加荷压密阶段,饱和区土体孔隙比保持不变,非饱和区孔隙比减小,且饱和度越低的土体孔隙比较小的越大。随着土层消散固结完成,最终孔隙比随土层深度自上而下由0.88减小至0.74。从图6可以看出,初始孔隙水压力随土层深度线性增大,据式(1),非饱和层初始孔隙水压为负值。加荷

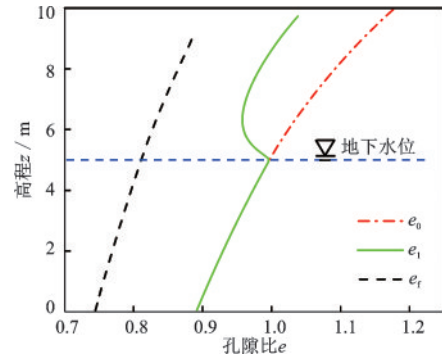


图5 加荷压密前后与消散固结完成时刻孔隙比分布

Fig. 5 Profiles of void ratio before and after instantaneous compression and after consolidation completion

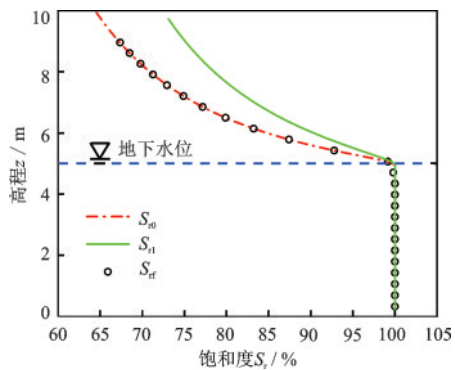


图6 加荷压密前后与消散固结完成时饱和度分布

Fig. 6 Saturation distributions before and after instantaneous compression and after consolidation completion

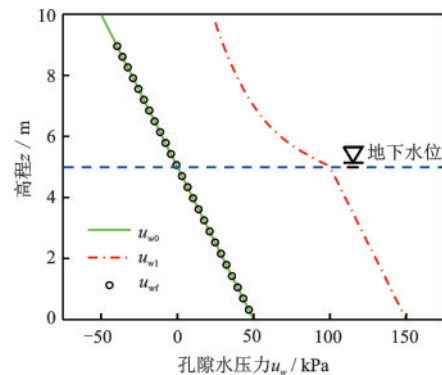


图7 加荷压密前后与固结完成时土层孔隙水压力分布

Fig. 7 Distributions of pore water pressure before and after instantaneous compression and after consolidation completion

压密阶段饱和区孔隙水压力等比增大100 kPa;非饱和区孔隙水压力增幅小于饱和区。随着超静孔隙水压力消散,固结完成时,最终孔隙水压力与初始孔隙水压力分布重合。

如图7所示,水位以下为饱和区,非饱和区初始饱和度沿土层深度非线性增大,随土层深度自上而

下从 64.53% 增加到 100%。加荷压密阶段由于孔隙气体压缩,饱和度不同程度增加。消散固结完成时,非饱和区饱和度 S_r 与初始饱和度分布曲线重合,饱和度比初始时略有增大,随土层深度自上而下从 67.36% 增加到 100%。

3.2 地下水位

图 8 为不同水位下土体沉降量随时间变化曲线。当地下水位 H_w 分别为 0、3、5、7、10 m 时,土体瞬时沉降量依次为 0.42、0.31、0.23、0.12、0 m,可见地下水位越深,土体加荷压密阶段沉降量越大。固结完成时,土层最终沉降量分别为 0.82、0.91、0.99、1.1、1.35 m,土层地下水位越深,最终沉降量越小。地下水位影响最终沉降量。

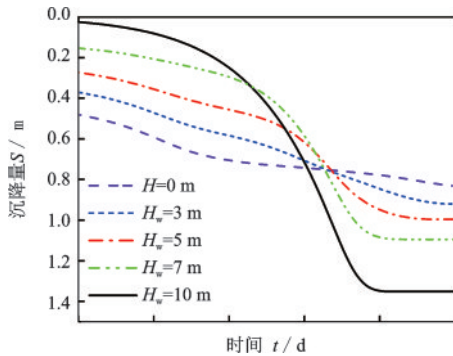


图 8 不同水位下土体下沉量随时间变化曲线

Fig 8 Time history curves of soil settlement under different groundwater levels

图 9 给出了不同水位下土体固结度随时间变化曲线。地下水位越深,初期固结速率越快,但最终固结完成的时间越长。这是因为,孔隙气渗透性大于孔隙水渗透性,固结前期非饱和区孔隙气压消散占

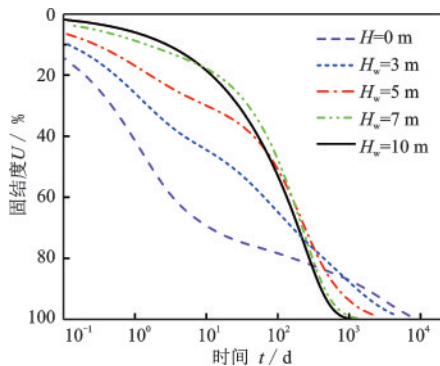


图 9 不同水位下土体下固结度随时间变化曲线

Fig 9 Time history curves of consolidation degree under different water levels

主导地位,且非饱和土层越厚固结速率越快。孔隙水渗透性受饱和度影响,固结后期消散较完全饱和情况慢。

图 10 为不同水位下土体底部单元($j=1$)超静孔隙水压随时间变化曲线。如图 10 所示,地下水位越深,土体超静孔隙压开始消散的时间越早,但消散完成需要的时间越长。这是因为加荷压密完成时,非饱和区超静孔隙水压小于饱和区,底部单元距非饱和区越近,超静孔隙水压消散的越早。

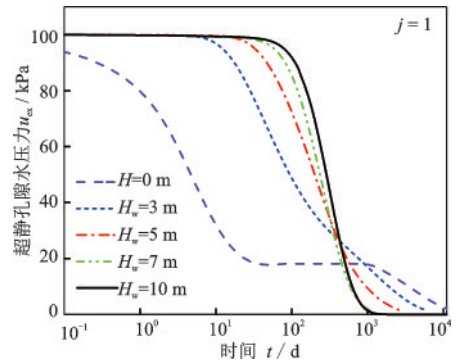


图 10 土层底部超静孔隙水压时间变化曲线

Fig 10 Time history curves of excess pore water pressure at the bottom of soil layer

当 $H_w=0$ m 时整个土层为非饱和土, $j=1$ 单元加荷压密完成时超静孔隙气压为 98.5 kPa,且消散固结开始时($t>0$)超静孔隙水压即开始消散。值得注意的是,该单元超静孔隙水压力在 30~1 000 d 出现一段“平台期”,这是因为固结前期主要由孔隙气压消散控制,这与秦爱芳等^[5]得出的规律一致。

3.3 非饱和参数分析

考虑 k_d/k_{ws} 对饱和-非饱和土层固结沉降的影响。地下水位 $H_w=5$ m 时,保持 k_{ws} 不变,图 11 给出了不同 k_d/k_{ws} 值土层表面沉降量和固结度随时间变化曲线。如图 11 所示, k_d/k_{ws} 值对最终沉降量基本无影响,但 k_d/k_{ws} 值越大,土层前期固结速率越快,最终固结完成时间相差不大。可见,孔隙气体渗透性增加可加速土体前期固结。

改变 VG 模型中非饱和参数 α ,分别为 0.05、0.1、0.15 kPa^{-1} ,图 12 给出了地下水位 $H_w=5$ m 时,不同 α 值时土层固结度及沉降量随时间变化曲线,从图中可以看出, α 值越大,土层瞬时沉降量越大,最终沉降量无较大差异。结合图 13 可以看出, α 值越大非饱和区相同高程处饱和度越小,荷载作用下土体产生

更大的瞬时压缩沉降。固结前期, α 值越大, 相同时刻固结度越大, 固结后期与之相反。

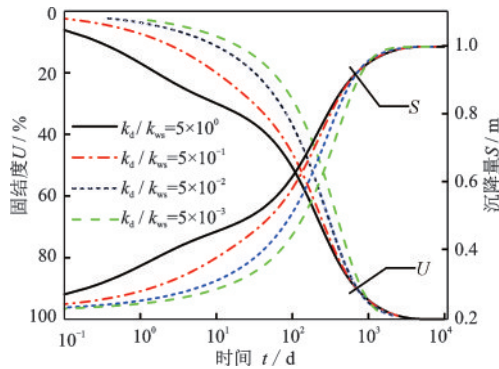


图 11 不同 k_d/k_{ws} 值土体固结度及沉降量变化曲线

Fig 11 Variation curve of consolidation degree and settlement of soil with different k_d/k_{ws} values

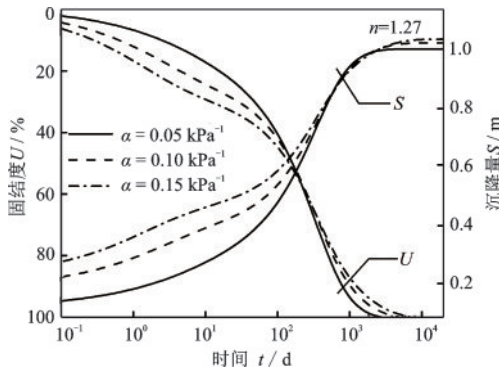


图 12 不同 α 值时固结度及沉降量随时间变化曲线

Fig 12 Time history curves of consolidation and settlement with different α value

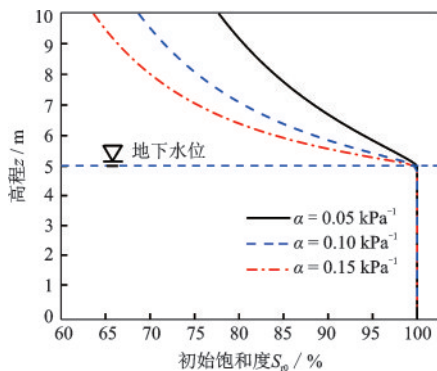


图 13 不同 α 值时土体初始饱和度分布曲线

Fig 13 Distribution curves of soil initial saturation with different α values

4 结论

本文建立了一维饱和-非饱和土层非线性大变

形固结模型 UCS2, 得到如下结论:

(1) 该模型可对不同地下水位的饱和-非饱和土层进行固结分析, 可考虑土性参数非线性变化以及大变形问题。

(2) 瞬时压密阶段, 饱和区孔隙比不变, 非饱和区孔隙减小、饱和度增大, 饱和区孔隙水压增量大于非饱和区; 固结完成后, 孔隙水压和饱和度分布线与初始条件重合。

(3) 土层地下水位越深, 瞬时沉降越大, 最终沉降量越小, 土体固结完成所用时间越长。

(4) k_d/k_{ws} 值越大, 土体消散固结越快; α 值越大土体瞬时沉降越大, 相同时刻土体固结度先增大后减小。

参考文献:

- [1] Gibson R E, England G L, Hussey M J L. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays: I. finite non-linear consolidation of thin homogeneous layers [J]. Geotechnique, 1967, 17(3): 261-273.
- [2] Mcvay M, Townsend F, Bloomquist D. Quiescent consolidation of phosphatic waste clays [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 112(11): 1033-1049.
- [3] Fox P J, Berles J D. CS2: A piecewise-linear model for large strain consolidation [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1997, 21(7): 453-475.
- [4] 杨鹏, 蒲河夫, 郑俊杰, 等. 真空-堆载联合预压下竖井地基大变形非线性固结模型 [J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(10): 2103-2111.
Yang P, Pu H F, Zheng J J, et al. A large-strain non-linear consolidation model of saturated soft soils stabilized by the vacuum-surcharge combined preloading method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(10): 2103-2111. (in Chinese)
- [5] 秦爱芳, 羌锐, 谈永卫, 等. 非饱和土层一维固结特性分析 [J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1891-1896.
Qin A F, Qiang R, Tan Y W, et al. Analysis of one-dimensional consolidation characteristics in unsaturated soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(6): 1891-1896. (in Chinese)
- [6] 苏万鑫. 非饱和土三维固结理论的解析与数值研究 [D]. 浙江: 浙江大学, 2009.
Su W X. Studies on one-dimensional theory of unsaturated soils by analytical and numerical methods [D]. Zhejiang: Zhejiang University, 2009. (in Chinese)

- [7] 苏万鑫,谢康和.非饱和土一维固结混合流体方法的解析分析[J].岩土力学,2010,31(8):2661-2665.
Su W X, Xie K H. Analytical solution of 1D consolidation of unsaturated soil by mixed fluid method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(8): 2661-2665. (in Chinese)
- [8] Qi S C, Paul S, Sai V. Piecewise-linear formulation of coupled large-strain consolidation and unsaturated flow. I: model development and implementation [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2017, 143(7): 0401718.
- [9] Noorishad J, Mehran M, Narasimhan T N. On the formulation of saturated-unsaturated fluid flow in deformable porous media [J]. Advances in Water Resources, 1982, 5(1): 61-62.
- [10] Kim J M. A fully coupled model for saturated-unsaturated fluid flow in deformable porous and fractured media [D]. Pennsylvania: Pennsylvania State University, 1996.
- [11] Kim J M. A fully coupled finite element analysis of water-table fluctuation and land deformation in partially saturated soils due to surface loading [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, 49(9): 1101 - 1119.
- [12] 张校通.弹性模量随深度变化的饱和-非饱和土变形特性[D].上海:上海交通大学,2011.
Zhang X T. Deformation characteristics of Saturated-Unsaturated soil under elastic modulus varying with depth [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2011. (in Chinese)
- [13] Cheng Y, Zhang L, Li J, et al. Consolidation in spatially random unsaturated soils based on coupled flow-deformation simulation [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, 41: 682-706.
- [14] Yong R N, Siu S K H, Sheeran D E. On the stability and settling of suspended solids in settling ponds. I: Piece-wise linear consolidation analysis of sediment layer [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20: 817-826.
- [15] Zhou Y D, Deng A, Wang C. Finite-difference model for one-dimensional electro-osmotic consolidation [J]. Computers and Geotechnics, 2013, 54: 152-165.
- [16] Deng A, Zhou Y D. Modeling electroosmosis and surcharge preloading consolidation. I: model formulation [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 4: 04015093.
- [17] 周亚东,邓安,鹿群.非饱和土一维大变形固结模型[J].岩土力学,2018,39(5):1675-1681.
Zhou Y D, Deng A, Lu Q. A one-dimensional consolidation model considering large strain for unsaturated soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(5): 1675-1681. (in Chinese)
- [18] Lu N, William J L. 非饱和土力学[M].北京:高等教育出版社,2012.
Lu N, William J L. Unsaturated Soil Mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2012. (in Chinese)
- [19] Averjanov S F. About permeability of subsurface soils in case of incomplete saturation [J]. English Collection, 1950, 7: 19-21.
- [20] Van Genuchten M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils [J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, 44(5): 892-898.

(本文责编:池营营)